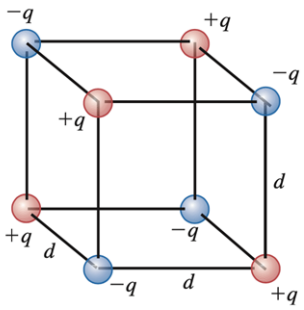
Franja 3

1. Considere los valores de las cargas $+q$ y $-q$ dadas a continuación y localizadas en los vértices de un cubo como se indica en la figura y de una carga Q adicional localizada en el centro del cubo. Determine el valor de la energía potencial U de esta configuración.
   $q = 10 \times 10^{-6}\, C$, $Q = 50 \times 10^{-6}\, C$, $d = 50\, mm$.



Solución:

Para determinar la energia potencial del sistema, se tiene que identificar las diferentes interacciones entre las cargas $+q$ y $-q$, entre $+q$ y Q, y entre $-q$ y Q y determinar sus respectivas distancias (r); y haciendo uso de la definición de energía potencial eléctrica se cuantifica sus valores.

$$U = k\frac{q_1 q_2}{r}$$

1. Existen 12 pares de $+q$ y $-q$ cargas, separadas por una distancia d
2. Hay 12 pares de cargas iguales separadas una distancia $\sqrt{2}d$
3. Cuatro pares de cargas $+q$ y $-q$ separadas por una distancia $\sqrt{3}d$.
4. Cuatro pares de cargas $+q$ y Q separadas por una distancia $\frac{\sqrt{3}}{2}d$.
5. Cuatro pares de cargas $-q$ y Q separadas por una distancia $\frac{\sqrt{3}}{2}d$.

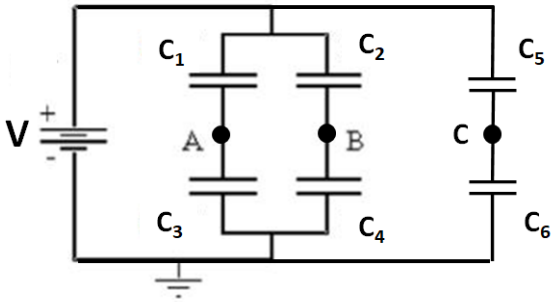
Por lo tanto, la energia total del sistema es:

$$U = \frac{kq^2}{d}\left(-12 + \frac{12}{\sqrt{2}} - \frac{4}{\sqrt{3}} - \frac{Q}{q}\frac{8}{\sqrt{3}} + \frac{Q}{q}\frac{8}{\sqrt{3}}\right) = -5.82\frac{kq^2}{d}$$

Reemplazando valores:

$$U = -5.82\left(\frac{9 \times 10^9 Nm^2/C^2 (10 \times 10^{-6} C)^2}{50 \times 10^{-3} m}\right) = -104.83\, J$$

2. La figura siguiente muestra seis capacitores conectados a una batería (V) de 24V. Los valores de los capacitores son: $C_1 = C_2 = 2\mu F$, $C_4 = C_5 = 1\mu F$ y $C_3 = C_6 = 4\mu F$, considere que el capacitor C_3 tiene entre sus placas un dieléctrico, cuya constante $\kappa = 3.3$.
¿Qué valor tienen los voltajes en los puntos A y C (V_A y V_C)?



Solución:

Haciendo uso de la definición de capacitores en serie y carga de un capacitor, se procede a cuantificar el valor de V_A y V_C.

Considerando la rama que implica a los condensadores C_1 y C_3

$$C_{eq-13} = \frac{C1\,\kappa C3}{C1 + \kappa C3} = 1.73\mu F$$

$$Q_{13} = C_{eq-13}\,V = 41.68\mu C$$

$$\Delta V_A = \frac{Q_{13}}{C1} = 20.84\,V$$

$$V_A = 24\,V - \Delta V_A = 3.16\,V$$

Y ahora para los condensadores C_5 y C_6

$$C_{eq-56} = \frac{C5\,C6}{C5 + C6} = 0.8\mu F$$

$$Q_{56} = C_{eq-56}\,V = 19.2\mu C$$

$$\Delta V_C = \frac{Q_{56}}{C5} = 19.2\,V$$

$$V_C = 24\,V - \Delta V_C = 4.8\,V$$